

Numération binaire

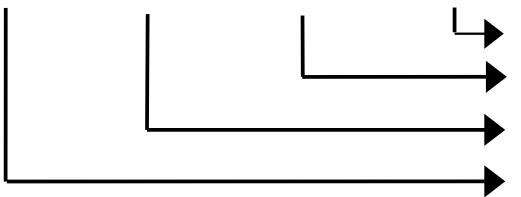
- Système qui comprend deux chiffres : 0 et 1. Tous les nombres sont formés par ces chiffres

1. Convertir dans le système décimal un nombre entier écrit en binaire

- Selon sa place, le symbole 0 ou 1 indique la présence d'une puissance de 2 ou non.
- Positions
Chaque position successive vers la gauche indique une valeur deux fois plus importante que celle juste à droite. 8 4 2 1

Exemple :

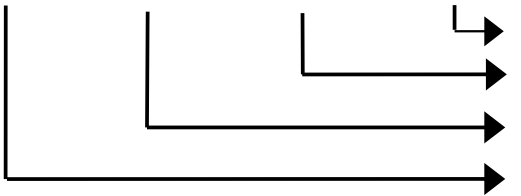
$1101_2 = 13_{10}$ qui se lit: 1101 en base 2 (binaire) est égal à 13 en base 10 (décimale)

Position	3	2	1	0	
Valeur	2^3	2^2	2^1	2^0	
Chiffre du nombre	1	1	0	1	
Calcul					$1 \times 2^0 = 1$
					$0 \times 2^1 = 0$
					$1 \times 2^2 = 4$
					$1 \times 2^3 = 8$
Total					13

2. Convertir dans le système décimal les chiffres après la virgule

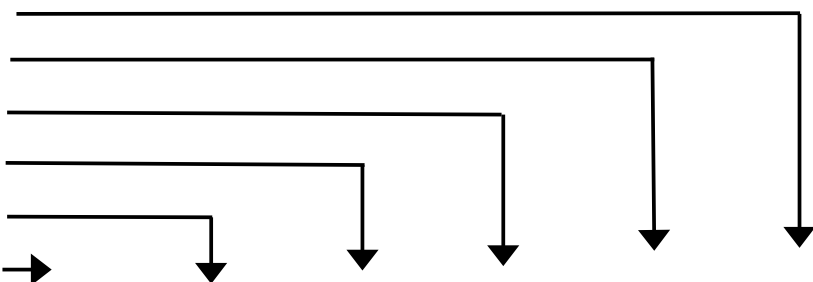
Exemple :

$0,1101_2 = 0,8125_{10}$

Position	3	2	1	0	
Valeur	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	
Chiffre du nombre	1	1	0	1	
Calcul					$1 \times 2^{-4} = 0,0625$
					$0 \times 2^{-3} = 0$
					$1 \times 2^{-2} = 0,25$
					$1 \times 2^{-1} = 0,5$
Total					0,825

3. Convertir dans le système binaire un nombre entier écrit en décimal

On s'appuie sur la théorie des restes. La procédure consiste à diviser le nombre par 2 et à conserver le reste, puis faire la même chose avec le quotient. Exemple avec 43_{10}

Division par 2		Reste						
43	21	1						
	10	1						
	5	0						
	2	1						
	1	0						
	0	1						
			1	0	1	0	1	1

Exercices :

Traduire en binaire : (« ranger » les 0 et 1 par groupe de 4, exemple $16_{10} = 0001\ 0000$)

$$120_{10} = \quad 0111\ 1000$$

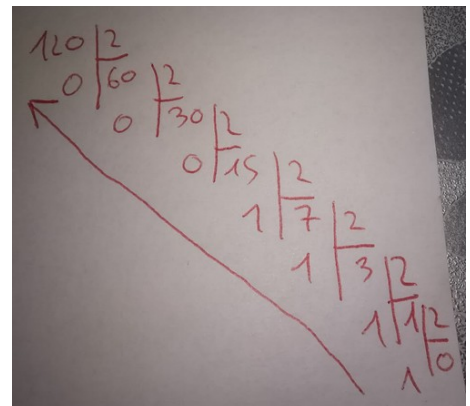
$$19_{10} = \quad 0001\ 0011$$

$$823_{10} = \quad 0011\ 0011\ 0111$$

Traduire en décimal :

$$0101\ 1000_2 = \quad 88 = 64 + 16 + 8$$

$$0010\ 1101\ 0010_2 = \quad 722 = 512 + 128 + 64 + 16 + 2$$



Code de Gray

Le code de Gray, également appelé code Gray ou code binaire réfléchi, est un type décodage binaire permettant de ne **modifier qu'un seul bit à la fois** quand un nombre est augmenté d'une unité

1. Règle de formation du code Gray à partir du binaire pur

Soit un nombre **N** en binaire pur, pour obtenir son équivalent **n** en binaire réfléchi, il suffit d'effectuer l'opération suivante :

$$n = \frac{N \oplus 2.N}{2}$$

Exemple : N = 0111 en binaire pure. Calcul de son équivalent en binaire réfléchi ?

- Nous avons 2N = 1110 (pour multiplier par 2 on effectue un décalage de la droite vers la gauche)
- On effectue maintenant l'opération OU Exclusif de N et de 2.N

$$\begin{array}{r} 0111 \\ \oplus 1110 \\ \hline 1001 \end{array}$$

- Puis nous divisons par 2 le résultat soit 1001 / 2 = 0100 (pour diviser par 2 on effectue un décalage de la gauche vers la droite).

Nous avons alors : pour N = 0111 en binaire pur correspond n = 0100 en code Gray.

Ce code est surtout utilisé pour des capteurs de positions absolue , par exemple sur des règles optiques ou un codeur angulaire solidaire d'un arbre (ou avec des tableaux de Karnaugh !)

Exercice : Transformer 120 en code de Gray

N = 0111 1000 et donc 2N = 1111 0000

$$\begin{array}{r} 0111\ 1000 \\ \oplus 1111\ 0000 \\ \hline 1000\ 1000 \end{array}$$

n = 1000 1000 / 2 = 0100 0100 en code Gray



Code hexadécimal

Le **code hexadécimal** permet une représentation simplifiée des nombres binaires, à l'usage des humains. Il est à base numéraire 16.

Le système hexadécimal nécessite l'introduction de 16 symboles représentant les 16 premiers entiers appelés **chiffres hexadécimaux** :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E et F.

**Chiffre
hexadécimal** **Code binaire**

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011

C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Exemple : 100110111010010101101 Difficile à lire...

Pour raccourcir les mots binaires, un groupe de 4 bits consécutifs est représenté par un chiffre hexadécimal.

0001 0011 1110 0100 1010 1101
1 3 E 4 A D

Autre exemple :

Nombre en binaire	1010110101010110011110111						
Groupes de 4 chiffres binaires, en partant de la droite	1	0101	1010	1010	1100	1111	0111
Chiffres hexadécimaux	1	5	A	A	C	F	7
Nombre en hexadécimal	15AACF7						
Nombre en décimal (cf. ci-dessous)	22719735						

La conversion en décimal est effectué en faisant la somme des puissances de 16.

Ainsi $15AACF7_{hex}$ se convertit en décimal de la façon suivante :

$$1 \times 16^6 + 5 \times 16^5 + 10 \times 16^4 + 10 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 7 \times 16^0 = 22\,719\,735.$$

Conversion décimal en hexadécimal :

La méthode est similaire au binaire, sauf que cette fois on divise par 16

Exemple : Calcul en hexadécimal de 185_{10}

$$185 / 16 = 11 \text{ reste } 9 \Rightarrow B9$$

Exercice : Calcul en hexadécimal de 335_{10}

$335_{(10)} = 14F_{(16)} \text{ (15=F)}$

Code BCD

Le code BCD (Binary Coded Decimal) qui signifie Décimal Codé Binaire permet de représenter un chiffre décimal de 0 à 9 par un ensemble de 4 bits

Chiffre	Bits
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Exemple, pour coder le nombre 327, chacun des chiffres 3,2,7 est codé en binaire, résultat :

$$327_{10} = 0011 \ 0010 \ 0111 \text{ en BCD}$$

Attention, le nombre de bits requis pour représenter un nombre lors de l'utilisation du format BCD est plus grand.

Ainsi, pour représenter la valeur 12 (1100 en binaire naturel, 0001 0010 en BCD), il faudra utiliser 4 bits de plus au format BCD qu'en binaire.

Certains systèmes mettent à profit la possibilité pour les 4 bits BCD de prendre des valeurs supérieures à 9 afin de coder des informations supplémentaires, comme notamment le signe du nombre représenté.

Par exemple, les valeurs 12 (1100) et 13 (1101) sont couramment utilisées pour coder le signe plus (+) et le signe moins (-) respectivement, le nombre négatif -420 pouvant ainsi être représenté par 0100 0010 0000 1101 (avec le signe à la fin).

Exercice : Transformer 827_{10} en binaire naturel puis en BCD

827 = 0011 0011 1011 en binaire et 1000 0010 0111 en BCD

